

# 진동

## 1. 실험 목적

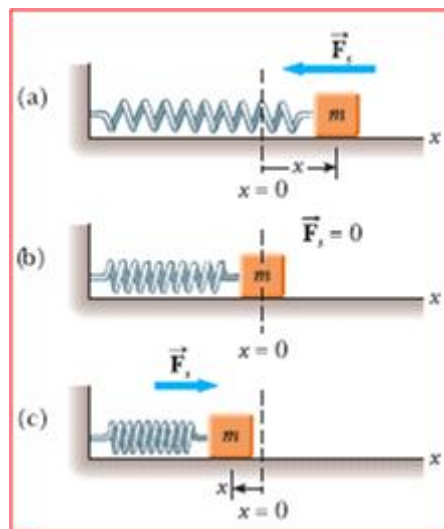
스프링에 연결된 카트의 운동을 통해 진동을 관찰하고 조화 운동을 이해한다.

## 2. 이론

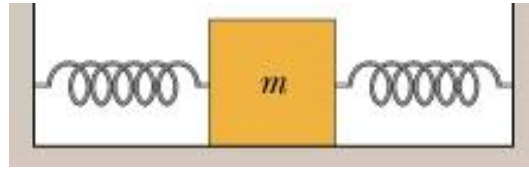
### 2.1 단순 조화 진동

변위가 시간의 사인함수 또는 코사인함수로 표현되는 진동을 조화운동이라고 부른다. 일반적으로 물체에 변위를 부여했을 때 그 변위에 비례하는 크기의 복원력이 작용하면 물체는 조화진동을 한다. 탄성체의 역학적 진동이 전형적인 예이며, 그 밖에 발전회로에서의 전기적 진동, 또는 공간에서 전자기장의 진동(전자기파) 등 많은 진동현상에 나타나는 기본적인 진동이다. 그러나 실제로 존재하는 진동체에서는 대부분의 경우 변위에 대한 복원력이 변위에 정확히 비례하지 않으므로 완전한 조화진동이 아닌 경우가 많다.

스프링 끝에 매달린 물체를 잡아당겼다가 놓으면 물체는 용수철의 원래 길이를 평형점으로 하여 좌우로 진동한다. 만약 물체에 작용하는 마찰력이 없다면 물체는 단순조화진동(simple harmonic oscillation)한다. 단조화 진동하는 진자를 어떻게 수치적으로 해석할 수 있는지 살펴보고, 카트가 감쇠력(damping force)을 받을 때 물체의 진동은 어떻게 변하는지를 알아보자. 아래 그림을 클릭하면 시뮬레이션을 해볼 수 있다.



[그림 1] 대표적인 단순 조화 진동  
(그림을 클릭하세요).



[그림 2] 장치 개요

스프링 끝에 매달린 물체의 진동은 1차원 운동이다. 카트의 질량을  $m$ , 스프링의 힘상수를  $k$ 라 하고, 물체를 평형위치에서  $x$  만큼 늘렸을 때 카트가 받는 복원력은

$$F = -(k_1 + k_2)x = -k'x \quad (1)$$

이다. 이 법칙을 Hooke의 법칙이라 한다. 뉴턴의 제2법칙에 의해서

$$F = ma = -k'x \rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} = -k'x \quad (2)$$

의 운동방정식을 얻을 수 있다. 이 2차 미분방정식은 일반해를 이용하여 풀 수 있는데,

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (3)$$

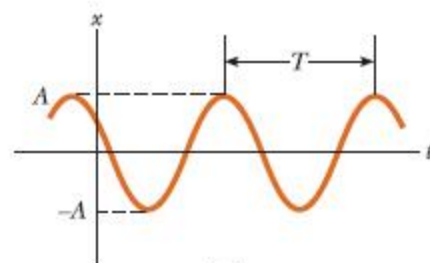
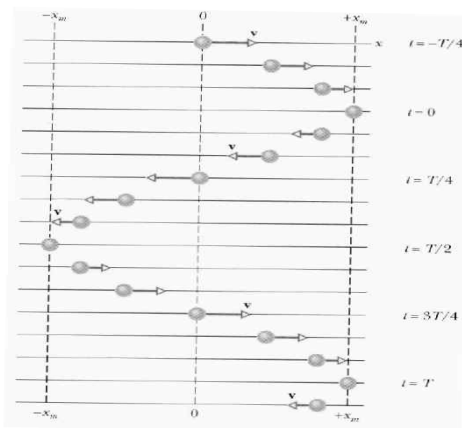
의 일반해를 이용할 수 있다. (3)식을 (2)에 대입하면  $\omega$ 를 결정할 수 있으며

$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}} \quad (4)$$

이고, 진동하는 물체의 각진동수라고 부른다.  $A$ 는 진폭(amplitude),  $\phi$ 는 초기위상이라고 부른다. 물체가 한 단위의 운동을 마치는 데 걸리는 시간을 주기라고 부르며

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (5)$$

의 관계를 갖는다. 여기서  $f$ 는 진동수(frequency)로서 단위 시간 동안 단조화 운동을 하는 횟수를 말한다. [그림 1]은 단조화 운동에 대한 위치를 시간의 함수로 표현한 그래프이다.



[그림 3] 단조화운동의 예와 시간-위치 그래프



## 2.2 감쇠 조화 진동

실제의 경우에는 마찰력과 같은 비보존력이 작용하므로 계의 역학적 에너지는 시간이 지남에 따라 감소한다. 이런 경우 운동이 감쇠된다고 말한다. 본 실험에서 마찰력을 고려하고, 마찰력이 속력에 비례하여  $f = -bv$  ( $b$ 는 상수)로 표현되는 경우를 생각하자.

$$F = -k_1x - k_2x - bv = -(k_1 + k_2)x - bv = -k'x - bv \quad (6)$$

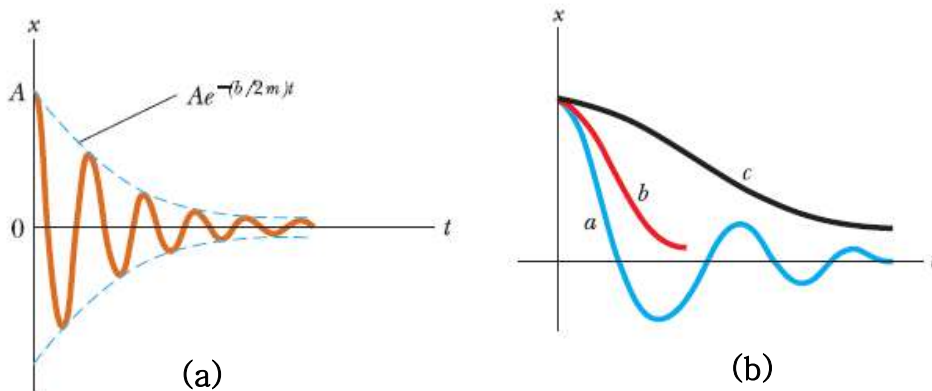
$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -k'x - \frac{dx}{dt} \quad (7)$$

여기에서 구체적인 수학적 표시는 생략하기로 하고, 해를 제시하면

$$x(t) = A e^{-\frac{b}{2m}t} \sin(\omega t + \phi) \quad (8)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad (9)$$

저지력이 복원력에 비교하여 작을 때 운동의 진동 특성은 보존되지만, 진폭은 시간에 따라서 줄어들며 운동은 궁극적으로 멈추게 된다. 이런 식으로 움직이는 계를 감쇠 진동자라고 한다. 마찰력의 크기에 따라서 감쇠 진동의 형태가 달라진다.



[그림 4] (a) 감쇠 진동자의 변위 대 시간의 그래프. (b) 마찰력에 따른 감쇠 진동의 유형(a: 저감쇠, b: 임계 감쇠, c: 과감쇠)

## 2.2 강제 진동

감쇠 진동계에서 계에 양(+의 일을 하는 외력을 가함으로써 에너지 손실을 보상하는 것이 가능하다.  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ 로 주기적으로 변하는 외력이 작용하는 감쇠 진동자를 고려하자.

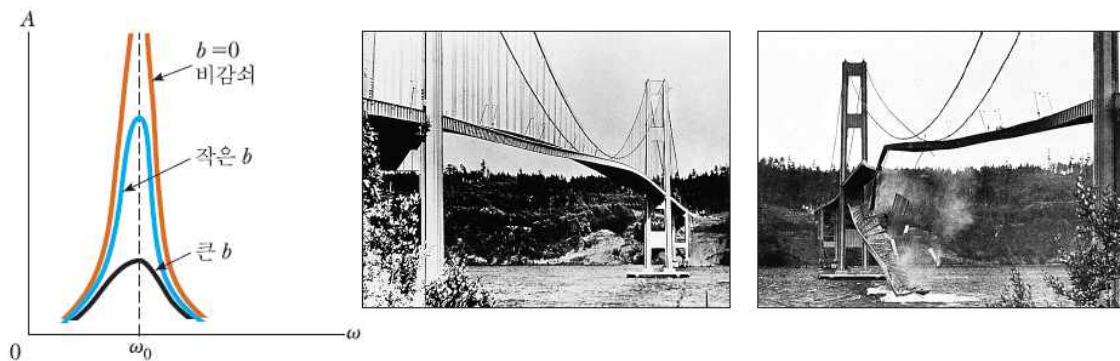
$$F_0 \sin \omega t - k'x - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (10)$$

이 경우 계는 단순 조화 진동과 같은 형태의 운동을 하고, 계의 각진동수는 외력의 진동수

$\omega$ 와 같다. 다른 점은 외력의 진동수와 고유 진동수 및 외력의 진폭에 따라서 계의 진폭이 달라진다.

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}} \quad (11)$$

(11)식에서  $\omega \approx \omega_0 = \sqrt{\frac{k'}{m}}$  일 때 진폭이 크게 된다. 고유 진동수  $\omega_0$  근처에서 진폭이 급격하게 증가하는 현상을 공진 또는 공명(resonance)라고 한다. 공명 상태에서 가해진 힘은 속도와 같은 위상에 있고 진동자에 전달된 일률은 최대가 된다.



[그림 5] 공명 진동수(고유 진동수) 근처에서의 진폭의 변화와, 공명 현상으로 인한 다리 붕괴의 예

### 3. 실험장치

- (1) ME-8750 Harmonic Oscillator/Driver (주파수: 0.3~3Hz)
- (2) 수평 레일과 Wireless 카트(500g±1%)
- (3) 스프링 세트 ( $k = 3.4\text{N/m}$  for non-colored,  $k = 6.8\text{N/m}$  for color-coded)
- (4) 실
- (5) 추 종류별 5개

## 4. 실험절차

### 4.1 감쇠 조화 진동

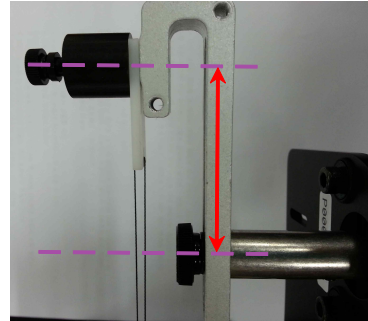
(1) 중력의 효과를 배제하기 위해 수평 레일의 수평을 잡은 후, 아래 그림과 같이 카트레일에 단진동 드라이버, 카트를 스프링과 함께 연결한다.



- (3) 컴퓨터에서 PASCO Capstone 프로그램을 실행하고 다음과 같은 과정을 진행합니다.
- Hardware Setting에 들어가서 블루투스를 이용하여 실험에 사용할 카트를 연결합니다.
  - Table&Graph를 선택한 후, 관측량을 Time과 Position으로 설정합니다.
  - 하단의 측정 진동수(빈도) 부분을 충분히 설정합니다.
- (4) PASCO Capstone에서 **Record** 버튼을 누른 다음 카트를 정해진 진폭까지 이동시킨 후 놓아준다.
- (5) PASCO Capstone에 나타나는 그래프를 저장하고 아래 그림을 참조하여 그래프로부터 주기1( $T_1$ ), 주기2( $T_2$ ), 주기3( $T_3$ )과 평균 주기를 결정하고 진동수  $f$ 와 각진동수  $\omega$ 를 계산한다. ※시간에 따른 진폭의 변화를 따로 기록하여 그래프를 그린 후 curve-fitting 하면 저항력의 계수  $b$ 를 결정할 수도 있다(권장사항).
- (6) 진폭을 달리하여 위의 실험을 반복한다.
- (7) 카트 위에 추를 올려놓고 위의 실험을 반복한다. 이 때 추가 카트 위에서 움직이지 않도록 고정한다.
- (8) 용수철을 힘상수가 다른 용수철로 교환한 후 진폭과 카트의 질량을 달리하면서 반복 실험한다.
- (9) 실험 결과로부터 구한 각진동수와 주기를 이론값과 비교한다.

## 4.2 강제 진동

- (1) 공진 진동수에서 카트가 수평레일 위에서만 운동할 수 있도록 하기 위해 장치를 설정한다. 구동장치에 연결된 막대의 길이를 조정하면 (10)식의  $F_0$ 를 변화하는 효과가 있다. 카트의 운동 범위가 레일의 한계를 넘어설 정도가 되면 막대의 길이를 줄여준다.(초기에는 중간에 설정한 후 실험하는 것이 좋다.)



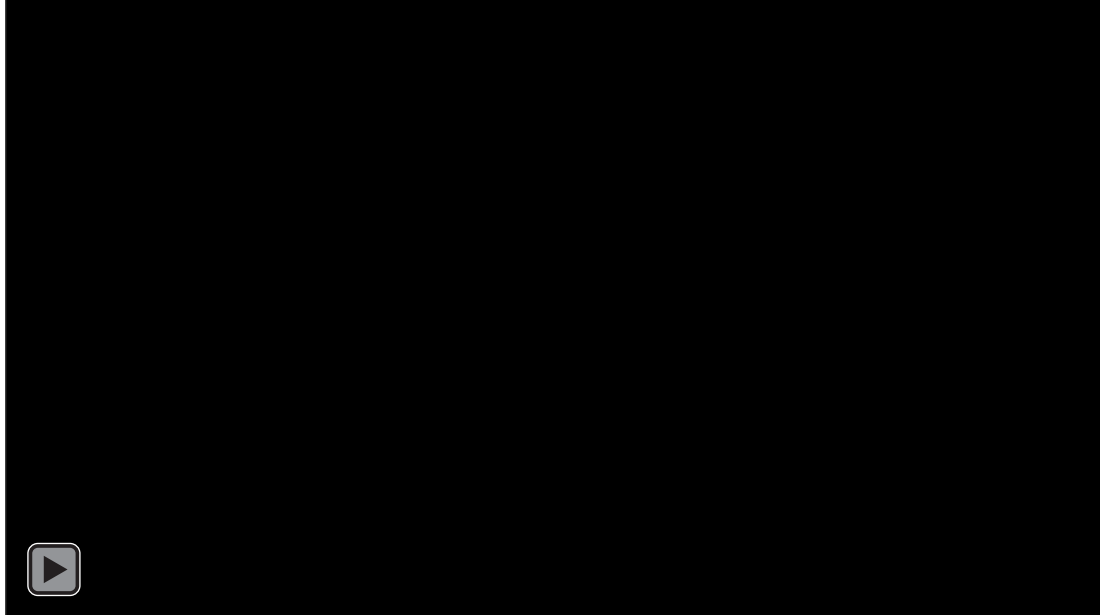
- (2) 카트가 정지한 상태에서 단진동 구동장치의 전원을 켜고 진동 주파수를 천천히 올려준다(주파수:0.3~3Hz). 구동장치에 나타나는 숫자가 주파수를 나타내지는 않으나, 주파수에 비례하는 값을 표시한다. Function 다이얼은 조작하면 안된다(다른 모드로 놓으면 구동장치의 모터가 회전하지 않는다). 왼쪽 다이얼은 1.0의 단위로 올라가고 가운데 다이얼은 0.01 단위로 변한다.



- (3) 전압을 조절하면서 카트의 운동을 육안으로 관찰한다. 카트의 운동 범위(진폭)이 최대가 되는 전압을 어느 정도 파악하고, 운동 범위가 허용되는 범위를 벗어나면 강제진동의 진폭(막대의 길이)을 수정한다.
- (4) DataStudio를 측정 모드로 준비하고, 표시기에 나오는 숫자에 따라 DataStudio에 나타나는 카트 운동의 진폭과 그때의 진동수를 결정하여 표 5.2에 정리한다.
- (5) 카트의 진폭이 최대가 되는 공진 진동수를 결정하고 계의 고유 진동수( $\omega_0 = 2\pi\sqrt{m/k'}$ )와 비교한다.

---

◆ 실험동영상(동영상을 클릭하세요. 동영상이 재생되지 않으면 [여기](#)를 클릭하세요.)



## 5. 측정 결과

학과/분반		실험 일시	
실험 조		작성자	

### 5.1 카트 질량(추 포함)의 변화

#### 5.1.1 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ kg (추가 추 없음)

회	용수철 힘상수 $k$ (N/m)	초기진폭 $A$ (cm)	주기1 $T_1$ (s)	주기2 $T_2$ (s)	주기3 $T_3$ (s)	평균 주기 $T$ (s)	진동수 $f$ (Hz)	각진동 수 $\omega = 2\pi f$ (rad/s)	고유 진동수 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$
1										
2										
3										
4										

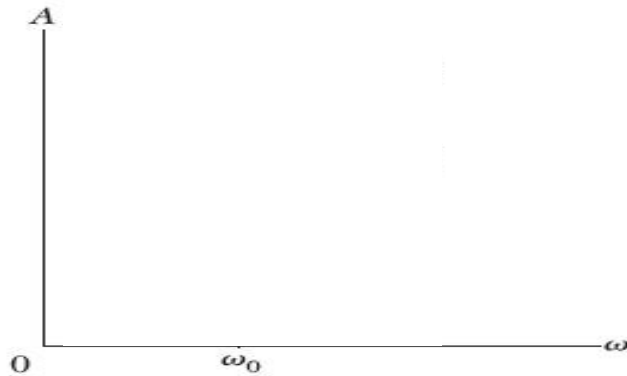
#### 5.1.2 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ kg (추가 추 포함)

회	용수철 힘상수 $k$ (N/m)	초기진폭 $A$ (cm)	주기1 $T_1$ (s)	주기2 $T_2$ (s)	주기3 $T_3$ (s)	평균 주기 $T$ (s)	주파수 $f$ (Hz)	각진동 수 $\omega = 2\pi f$ (rad/s)	고유 진동수 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$
1										
2										
3										
4										

### 5.2 주파수에 따른 강제진동 진폭의 변화

$V$										
$\omega$ (rad/s)										
진폭(cm)										

## 강제진동 - 주파수 대 진폭의 관계



## 6. 고찰 사항

※ 고찰 사항의 질문에 답하는 것이 보고서의 전부가 아닙니다. 여기에 있는 질문은 단지 보고서를 작성할 때 도움을 주기 위한 것입니다.

(1) 카트의 질량, 진폭 및 용수철의 힘상수가 변화할 때 계의 주기(또는 진동수)는 어떻게 변하는가?

(2) 감쇠 조화 진동에 대한 실험 결과의 마지막 열에서 구하는  $\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$ 은 무엇 나타나는가? 이론 부분의 식을 검토하여 생각해보시오.

(3) 강제 진동에서 드라이버의 주파수 변화에 따라서 무엇이 변하고 무엇이 일정한가? 이로 부터 공명 현상에 기여하는 것은 무엇인가? 주위에서 공명 현상을 이용하는 예에는 어떤 것이 있는가?

## 6. 결론